

النظام العشري

في التراث العلمي العربي والإسلامي

فاروق حسن نور الدين *

القسم الأول: الثقافة وأثرها في التقارب بين الأمم:

لقد كان تأسيس الخوارزمي للنظام العشري نهاية لعصور من الاضطرابات الرياضية الحسابية وبداية لعصر عبقرى عربي في الرياضيات.

أ- أهمية الإبداع والإضافة في التراث العلمي العربي والإسلامي:

بلغ عصر الخليفة العباسي المأمون وما بعده في بداية العصر الوسيط من حيث الاهتمام العلمي والغزارة موقع القمة في تكوين التراث العلمي العربي، باحتواء العلماء الذين قاموا بنقل علوم الهند والفرس واليونان القديمة إلى العربية وبالتالي إلى العرب والمسلمين. هذا وقد كان الاهتمام بترجمتها إلى اللغة العربية في قالب من النقل الممزوج بالشرح والتوسع للاطلاع ثم التصحيح والشرح والإبداع لينتفع منه كل القراء له، مما كَوّن البدايات لنشوء التراث العلمي العربي وتطويره وبالتالي تطور الحضارة العربية به، ومن ثم كان سبباً في إغناء الحضارات الأوروبية فيما بعده.

وقد ورد في مقدمة كتاب الخوارزمي "الجبر والمقابلة" إشارة إلى تصنيف الكتب ومنفعتها للناس: "ولم يزل العلماء في الأزمنة الخالية والأمم الماضية يكتبون الكتب بما يصنفون من صنوف

* عضو الجمعية السورية لتاريخ العلوم.

العلم ووجوه الحكمة نظراً لمن بعدهم واحتساباً للأجر بمقدار الطاقة... ويحملونه على أنفسهم من المشقة في الكشف عن أسرار العلم" وفي نفس المقدمة يتابع الخوارزمي تصنيف العلماء الناقلين لحضارة الأقدمين بقوله: (إما رجل سبق إلى ما لم يكن مستخرجاً قبله فورثه من بعده وإما رجل شرح مما أبقي الأولون ما كان مستغلقاً فأوضح طريقه وسهل مسلكه وقرب مأخذه، وإما رجل وجد في بعض الكتب خلافاً فلم شعثه وأقام أوده وأحسن الظن بصاحبه غير راد عليه ولا مفتخر بذلك من فعل نفسه) (١).

كما أوضح عالمنا قيمة الحوافز المشجعة التي ينالها العلماء ليرزوا إلى الميدان فيغنوا الحضارة الإنسانية وينتفع بهم الناس كل الناس حينما يتابع قوله أيضاً: (وقد شجعتني المأمون أمير المؤمنين على إيضاح ما كان مستبهماً ولتسهيل ما كان مستوعراً على أن ألفت من حساب الجبر والمقابلة كتاباً مختصراً حاصراً لطيف الحساب وجليله لما يلزم الناس من الحاجة إليه في موارثهم ووصاياهم ومقاساتهم وأحكامهم وتجاراتهم، وفي جميع ما يتعاملون به بينهم من مساحة الأرضين وكري الأنهار والهندسة وغير ذلك من وجوه وفنونه).

ب- النطق بالعربية وصيغة الإنسان العربي الفاعل المتفاعل بالحضارة الإنسانية:

لقد ساهم الإنسان العربي في بناء حضارات الأمم الأخرى والتقدم العلمي للعالم وذلك ما يكسب تراثنا العلمي العربي والإسلامي صفة التحولية والتعميم وبالتالي يدفعنا إلى المزيد من تشجيع نشر الثقافة العلمية والحث على تأصيل العلم في البيئة العربية وتوطينه وتهجينه والسعي لتثبيت اللغة العربية كلغة علمية عصرية تستعمل في ميدان العلم كما تستعمل كلغة سادسة في منظمة الأمم المتحدة.

هذا وقد انتقلت العلوم إلى العرب في العصر الوسيط عن طريقين طويلين هما:

المذهب الهندي عن طريق الفرس متمثلاً في كتاب السند هند الذي أوجد الخوارزمي مختصراً عنه، كذلك جاءهم المذهب اليوناني عن طريق السريان متمثلاً في كتاب المجسطي لبطليموس، هذا وقد غلب المذهب اليوناني لدى العلماء العرب المذهب الهندي لديهم

مما تقدم يمكن القول إن التراث العلمي الحضاري المعروف لأمتنا العربية لم يبدأ من الصفر ولم ينته إلى اللانهاية، وقد تم انتقال هذا التراث إلينا بما يشبه الدوائر المائتة التي يحدثها إلقاء حجر على سطح الماء الراكد تبدأ صغيرة ثم تتوسع وتتوسع حتى تتلاشى في النهاية. وهكذا توسعت سبل المعارف لدينا في العصر العباسي حتى بلغت القمة في ذلك الوقت، وأصبحت بغداد قبلة العالم في حينه إلى أن تلاشى ذلك في عصر الانحطاط في نهر دجلة والفرات حينما ألقى المغول والتتار بهذا التراث العلمي فيهما والذي بدأ يظهر من جديد في أوروبا بشكل آخر.

(١) الصفحة ١٥-١٦.

﴿إن الله لا يستحيي أن يضرب مثلاً ما بعوضة﴾^(٢) ونحن على ضوء هذه الآية نفيس بالتدليل على كيفية إغناء العرب للحضارة الإنسانية والحفاظ على استمراريتها عن طريق ترجمتها وشرحها والإضافات عليها وتوسيعها على مبدأ تحول الكم إلى نوع ونفي النفي وبالتالي تطور العلم اللاحق على يد العرب على حساب انتقاء السابق والمأخوذ ممن سلفوهم من الأمم.

ج- تحديد هوية الخوارزمي:

يحدد إنتاج العالم أو الكاتب اسمه ويوضح هويته ضمن العصر الذي وجد فيه والبيئة التي نشأ فيها وقد كانت المعرفة التي اكتسبها عالماً الخوارزمي مرتبطة بقدرته على التحليل والتوضيح والإبداع وهو في أصله يعود إلى ضفاف بحيرة خوارزم (آرال في التركستان) ولم يعرف عن حياته سوى أنه وفد إلى بغداد أيام الخليفة العباسي المأمون وعمل مشرفاً على مكتبته وتواترت الأخبار عنه إلى أن وفاته بعيد سنة ٢٣٢هـ - ٨٤٦م. وخوارزم جزء من الامبراطورية العربية والإسلامية في ذلك الوقت، تكلم العلماء والناهبون فيها وكثير من أبنائها اللغة العربية وكتبوا بها بدافع تنفيذ تعاليم الدين الجديد الذي جاءهم به العرب فاعتنقوه وعاصروه وأغنوا الحضارة العربية وهي في أوجها وتفاعلو معها أعطوها من أنفسهم ومن علوم الآخرين. إنهم النابهون الأقدمون الذين اشتركوا طوعاً في تكوين التراث العلمي العربي بعد أن سهلت لهم اللغة العربية والإسلام الانصهار باللغة العربية فأغنوا وأعطوا العالم.

هذا وإن من استعرض الموسوعة العربية الميسرة^(٢) وجد أن أبا عبد الله محمد بن موسى الخوارزمي أسبق زمناً لثلاثة مشاهير آخرين من العلماء الذين حملوا كنية الخوارزمي وهم بالإضافة إليه: أبو الريحان محمد بن أحمد الخوارزمي المشهور أكثر بالبيروني، (ولد في بيرون عاصمة خوارزم عام ٣٦٢هـ - ٩٦٣م وكانت بينه وبين ابن سينا مراسلات واتصل بمنصور بن نوح الساماني والتحق ببلاط السلطان محمود الغزنوي وابنه مسعود الغزنوي من بعده. وحل البيروني أعمالاً تعرف بمسائل البيروني وهي التي لا تحل بالمسطرة والفرجار، ومنها قسمة الزاوية لثلاثة أقسام متساوية. وذكر أن سرعة النور أسرع من سرعة الصوت واستخرج الأقالم النوعية لثماني عشرة مادة، وألف عدداً كبيراً من الكتب تعدادها كما ذكر ٤١٧ كتاباً.

ومحمد بن أحمد بن يوسف الخوارزمي أبو عبد الله (ولد في نيسابور عام ٣٨٧هـ - ٩٩٧م، وعاش في بلاط السامانيين، ألف دائرة معارف عربية هي كتاب (مفاتيح العلوم)^(٤) وجعلها في مقالين أولهما للعلوم العربية: الشريعة والفقه والكلام والعروق والتاريخ، وثانيهما للعلوم الداخلية كما

(2) سورة البقرة الآية رقم ٢٥.

(3) صفحة ٧٦٧ صادرة عن مؤسسة فرانكلين للطباعة والنشر بإشراف محمد شفيق غربال.

(4) إدارة الطباعة المنيرة ١٣٤٢هـ ولیدن بریل ١٩٦٨م.

سماها: الفلسفة، المنطق، الطب، الحساب، الهندسة، الفلك، الموسيقى، الحيل (الميكانيكا)، الكيمياء. وجل ما استوعبته دائرة المعارف هذه كما وجدناها /١٦٧/ صفحة ولكن الموسوعة العربية الميسرة تذكر أنه كانت له قيمة كبيرة عند المشاركة والمستشرقين).

أما الرابع الذي هو آخرهم فهو أبو بكر الخوارزمي ابن أخت الطبري صاحب التاريخ (فقد كان من الأدباء وحفظه الشعر فيخرج بذلك عن نطاق تاريخ العلوم عند العرب).

هذا وقد تعايش العلماء الثلاثة في العصر الوسيط على فترات متقاربة والحضارة العربية في أوجها تقابل عصر الظلام في أوروبا آنذاك وقد ساهموا في تكوين التراث العلمي العربي مما حدا بنا إلى ضرورة تحديد هوية عالمنا الخوارزمي مستند بحثنا بعد مرور اثني عشر قرناً على ميلاده وهو أبو عبد الله محمد بن موسى الخوارزمي صاحب كتاب السند هند الموجز والزيج الأول والثاني وكتاب الرخامة، إلا أن أشهر كتبه هو كتاب الجبر والمقابلة فهو واضع علم الجبر الذي بقي عدة قرون مستخدماً لم يخط بعده هذا العلم أية خطوة واسعة مما يؤكد عبقريته وأخذت أوروبا عنه هذا العلم واحتفظت بنفس التسمية له في لغاتها فقالت عنه Algebra, Algebre وهذا التأكيد يمنع اللبس والاختلاط الذي وقع فيه بعض الشارحين وناقلي العلوم إضافة إلى أهميته بالنسبة لأجيالنا العربية المهمة بالبحث والتحقيق بعد أن وجدوا الكتاب المطبوع باسم الجبر والمقابلة إنما هو اختصار لكتاب واسع، وليست بنسخة المؤلف بل نسخة ترجع إلى عام ٧٤٣هـ - ١٣٤٢م بعد وفاة الخوارزمي بنحو خمسمائة سنة، ولو أننا قارنا النسخة العربية المطبوعة بالنسخة التي نقلها إلى اللاتينية الراهب الانكليزي R. Chestry روبرت الشستري لوجدنا بينهما اختلافاً ظاهراً^(٥)، أما كتاب الجبر والمقابلة للخوارزمي الذي نقله إلى اللاتينية المستشرق (Olard Albathy أولارد الباثي) فيعتبر أول كتاب عربي ترجم ودخل إلى أوروبا^(٦) في مجال الرياضيات مما يعطي الخوارزمي قصب السبق.

وبذلك يكون العالم مديناً للخوارزمي بعلم الجبر كما أوردت ذلك إحدى موسوعات La Rousse (لاروس الفرنسية)^(٧) التي ذكرت ما ترجمته:

"الخوارزمي دلال على القواعد الأولية للحساب الجبري حينما حول الحد من طرف المعادلة إلى الطرف الآخر منها بتعديل الإشارات متابعاً حذف العناصر المتساوية في طرفي المعادلة الجبرية أي: (حل المعادلة من الدرجة الثانية)". هذا مع العلم أن الجبر كان معروفاً عند العرب وغير العرب إلا أن الخوارزمي جعل منه علماً منظماً إذ خرج منه من الحال التي عرفه فيها اليونان والهنود إلى المعادلة العامة التي هي أم المعادلات كلها وأساس علم الجبر بالتالي. وإخراجه من نطاق الأمثلة المفردة ليجعل منه نظاماً آلياً ذا قواعد مقررة ثابتة، ومن أجل ذلك يبدو أن علم الجبر كما جاء به

(٥) صفحة ٣٣١ وما بعد من كتاب تاريخ العلوم عند العرب للدكتور عمر فروخ - إصدار دار العلم للملايين.

(٦) الموسوعة العربية الميسرة، صفحة ٧٦٧.

(٧) Larousse/ 3 volume

الخوارزمي لم يكن هندياً خالصاً ولا يونانياً خالصاً، وإنما كان علماً جديداً متميزاً عما سلفه، ولكن كيف وصل الخوارزمي إلى ما وصل؟

-إذا لم يكن الخوارزمي هو مبتدع علم الجبر حصراً، فإنه هو الذي جعل من الجبر علماً مستقلاً قائماً بنفسه.

د- مناقشة كتابي السند هند الموجز والجبر والمقابلة

وتحري نقاط الإبداع والعبقرية:

(السند هند) وهو اسم محرف عن (سدهانتا) ومعناها (المعرفة) وقد أطلق هذا الاسم فيما بعد على كتاب يبحث في علوم النجوم. وهناك خمسة مجاميع في الرياضيات والفلك تحمل هذا الاسم أقدمها (سوريا هانتا) الذي وضع شعراً في أربعة عشر باباً من قبل مؤلفه. وكذلك من هذه المجاميع أيضاً (بنكا سد هانتیکا) التي وضعها العالم الهندي (فراهميرا) عام ٥٠٥ م.

ومع أن الغالب على مجاميع سدهانتا كلها أثر العلم اليوناني من الرياضيات والفلك فإن فيها كلها أيضاً جهداً لإبراز العلم الهندي القديم قدر الإمكان.

وقد كان لهذه المجاميع كثير من الفضل بعنايتها بعلم المثلثات، ففي مجموع (سوريا سد هانتا) أول ذكر للجيب واسمه في السنسكريتية (جفا) وفي هذا المجموع نفسه إشارة إلى الجيب المقلوب.

وفي سنة ٧٧١م جاء إلى بغداد (أيام الخليفة المنصور العباسي) وفد من السند (غربي الهند) كان فيه رجل عارف بالرياضيات والفلك ويبدو أنه كان يحمل نسخة من كتاب (سوريا سدهانتا) فأملى موجزاً له أو أشياء منه، عندئذ أمر المنصور بأن ينقل هذا الموجز إلى اللغة العربية وعهد بذلك إلى إبراهيم بن حبيب الفزاري. وظهر هذا الكتاب مجرداً من البراهين الرياضية، وقد نقل الفزاري جداول الكتاب من السنين الهندية (وهي سنون نجمية) إلى سني العرب (وهي سنون قمرية) لذلك يمكن أن يقال إن الفزاري وضع زيحاً على مذهب السند هند.

ولما جاء الخوارزمي محمد بن موسى وضع كتاب السند هند الصغير وجمع فيه بين مذهب الهند ومذهب الفرس ومذهب بطليموس (اليوناني) فاستحسن أهل زمانه ذلك وانتفعوا به مدة طويلة فذاعت شهرته وعلت مكانته ووضع (زيجا)^(٨) على مذاهب الهند والفرس وبتليموس كما وضع رخامة ليعرف بها الوقت بواسطة الشمس، ونشر أول جداول عربية عن المثلثات للجيب والظلال ترجمت إلى اللاتينية في القرن الثاني عشر، كما يعتقد أنه اشترك في قياس محيط الأرض أيام المأمون وأدخل تحسينات على جغرافية بطليموس ونشر كتاب صورة الأرض، وفي القرن العاشر

(٨) الزيج: جداول النجوم وحركاتها.

الميلادي انتقل أثر السند هند إلى الأندلس إذ إن مساحه بن أحمد المجريطي من أوائل العلماء في الأندلس وإمام الرياضيين فيها لكثرة طلابه الآخذين عنه جعل أثره كبيراً في انتشار علوم التعاليم في الأندلس وقد اختصر زيج الخوارزمي وأصلحه وحوله من السنين الفارسية إلى السنين العربية.

كتاب الجبر والمقابلة:

وصل كتاب الجبر والمقابلة للخوارزمي محمد بن موسى إلى أوروبا كأول كتاب دخلها حسب المستشرق (أولارد الباثي) عن طريق الأندلس ويعتبر الكتاب المذكور طريقة لحل المسألة إذا كان فيها مجهول أو أكثر وعنوانه يعني التالي:

الجبر : نقل الحدود المنفية إلى الجانب الآخر من المعادلة.

المقابلة : توحيد الحدود المتماثلة.

فالجبر علم عربي سماه العرب بذلك، والخوارزمي هو الذي خلع عليه هذا الاسم الذي انتقل إلى اللغات الأجنبية بلفظ العرب.

وقد عرف علم الحساب عدة قرون باسم (الغورثيمي) نسبة للخوارزمي، الذي اعتبر مؤسساً للجبر كعلم مستقل للحساب. للاصطلاحات العدد والشيء والمال في كتابه الجبر والمقابلة. وهو يفسر أيضاً:

الشيء : أو الجذر وهو المجهول ورمزه علامة شيء^(٩) ثم اختصرت فأصبحت شى ثم، ش ثم س.

المال : مربع الجذر أو الشيء س ٢

العدد : الملفوظ: الحد الذي لا جذر معه.

وتجلت عبقرية الخوارزمي لما وضع المعادلة الشاملة التي هي الأساس الذي قامت عليه معادلات الدرجة الثانية (س ٢ + ٢٠ = ١٠س) وقام بحل معادلات الدرجة الثانية بطرق هندسية وأوجد جذريها الموجبين واستخدم الصفر.

أما كيف تدرج هذا الكتاب في الانتشار والتوسع فهذا ما نوجزه في التعريفات المبسطة التالية:

كان أبو كامل شجاع بن أسلم المصري معاصراً للخوارزمي ولكنه أصغر منه سناً قد ألف كتاباً في حساب الخطأين، وكتاب (كمال الجبر وتماحه وزيادة في أصوله) ذكر فيه فضل الخوارزمي في السبق إلى علم الجبر وفي البراعة فيه وشرح بعض ما غمض في كتاب الخوارزمي ثم زاد شيئاً في أصول الجبر ومسائله.

(٩) الإسبان كانوا يكتبون الصوت ش x ولذلك جعلوا المجهول يوم ذلك x ولا يزال هذا الرمز يستخدم في المعادلة حتى اليوم.

ثم جاء أبو الوفاء البوزجاني (ت ٩٩٨م) فشرح كتاب ذيفانطس في الحساب (الجبر) وشرح كتاب الجبر والمقابلة للخوارزمي بشرحين جديدين وجمع بين المذهب اليوناني والمذهب الهندي، كما اشتهر عمر الخيام كشاعر، ولكنه كان أيضاً عالماً ذا عقل منظم، وعلى الرغم من أن المعادلة البسيطة (ذات الحدين) لها ستة أشكال كانت معروفة منذ أيام الخوارزمي فإن التوسع في تقسيم المعادلات وتصنيفها يرجع إلى زمن عمر الخيام.

هـ- وأخيراً في خاتمة هذه المقدمة المسهبة نورد النص الذي جاء في كتاب

الخوارزمي (مختصر الجبر والمقابلة) فيما يلي:

"ووجدتُ جميع ما يلفظ به من أعداد ما يجاوز الواحد إلى العشرة يخرج من مخرج الواحد ثم تتلى العشرة وتتلى كما فعل بالواحد الأصل وبالعشرة إلى الألف عند كل عقد^(١٠) إلى غاية المدرك". نستنتج من مقولته هذه ثلاث اصطلاحات:

الواحد - العشرة - غاية المدرك "اللاتهاية"

ولكن المصطلح عشرة تضمن مصطلحاً هاماً رابعاً هو الصفر.

رب قائل يقول إن هذه المصطلحات قد اكتشفت أو وضعت قبل الخوارزمي في مفهوم الزمن حيث جاء أغلبها بشكل أو بآخر في استخدامات الأمم القديمة وبخاصة الهنود، ولكنها كانت استخدامات جامدة، وكذلك نظام العد العشري المعتبر أقدم الأنظمة في رأي البعض وكان يقتصر على القاعدة العشرية وإلى جانبه الخمسة في مجموعات أساس العد وأحياناً عشرون. ولكن النظام العشري المعروف الآن يعود في رأي الكثير من العلماء النقات إلى الخوارزمي الذي أبدع في توظيف واستخدام هذه المصطلحات وبخاصة المصطلح /١٠/ في تدوير الأرقام وإيجاد سلسلة العد ضمن مفهوم النظام العشري المتداول حتى غاية المدرك الذي سهل في اختصار التعبير عن الأرقام الكبيرة وفي استخدامها في الحلول الرياضية. ويكفي أن نؤكد إذاً "أن الصفر الجليل الذي أصبح قاعدة للفكر الرياضي العالمي لم يكن باستطاعته أن ينقلب من "خشبة" إلى "كائن" من غير العقل العربي الرياضي الشامل في العصر الوسيط الذي ورد ضمن إبداع الخوارزمي".^(١١)

لذلك فمن المؤكد أو المرجح سبق العرب باستخدام هذه المصطلحات وتطبيقها وبخاصة إبداع النظام العشري في شكل استخدامه الجديد على الحضارات القديمة ومنها الكنعانية واليمينية والفينيقية التي استخدمته بشكل ما وتعتبر من الأمم العربية السالفة. ويبقى تفسير استخداماته أو توظيف المصطلحات المذكورة من وجهة نظر فلسفية خاصة امتيازاً للعرب لتلبية لحاجاتهم المعاصرة في

(١٠) العقد: العدد المضروب بعشرة.

(١١) مجموعة محمود الصغيري - أنظمة العد في الحضارات، ١٩٨٤، صفحة ٤٦.

العصر الوسيط في ذلك العصر التنويري الذي انفردوا به ويدخل ضمن مكنون الإبداع والدافع للبحث والحل والاكتشاف المستمر كما أوردنا.

ولا يغيب عنا أن المصطلح (١٠) هو أساس للنظام العشري السهل المطبق في التصانيف المتبعة حتى يومنا هذا. وقد عم الكون قاطبة إلا القليل منه ضمن ظروف خاصة للاستخدام العلمي للنظام الثنائي مثلاً، والنظام العشري لم يقتصر على تكبير الأرقام، السهل منها فقط وإنما دخل في نظام المقاييس والنقود والأوزان والمكاييل أيضاً وقد استخدمته المنظمات العالمية لسهولة في تصنيفها في الفهرسة وضمن استخدامات الحاسب الالكتروني.

إن المصطلح عشرة بحدوده الواحد والصفر قد لعب دوراً إيجابياً حضارياً في تقدم العلوم الحسابية بخاصة وكافة العلوم الأساسية بعامة، حتى بات بمقدورنا ضمن مفهوم فلسفة الرقم أن نثبت للتراث العلمي العربي في عصره التنويري أسبقية في هذا المجال ولا بد من تسجيل ذلك عبر دراسة إحصائية تحليلية للمصطلح (١٠) في فكر الخوارزمي.

القسم الثاني

النظام العشري وتوظيف المصطلح (١٠) عند العرب والأقدمين

مورد البحث ومستنده:

أورد الدكتور عمر فروخ في كتابه (عبقريّة العرب في العلم والفلسفة) ما يلي:
"ولا غرابة في نبوغ الخوارزمي مخترع الجبر الحديث وموحد أشكال الأعداد الهندية في سلسلتين انتشرت إحدهما في أوربا وسميت بالأعداد العربية حتى الآن (1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9) وورد في مكان آخر من كتابه المذكور:

"وكذلك لا غرابة في نبوغ ابن سينا في أن يكون أول من استعمل الأرقام مع طريقة المنازل العشرية". ولكن العالم الخوارزمي مستند بحثنا أسبق في الزمن من ابن سينا.

إن التكوين الرقمي للعدد كان معمولاً به منذ القديم ولو في حدود اللفظ، وقد ورد في القرآن الكريم مثلاً: ﴿عليها تسعة عشر﴾ (سورة المدثر الآية ٣١) و﴿ولقد أرسلنا نوحاً إلى قومه فلبث فيهم ألف سنة إلا خمسين عاماً فأخذهم الطوفان وهم ظالمون﴾ (سورة العنكبوت الآية ٢٤).

في الإصحاح التاسع من سفر التكوين للتوراة الأقدم (... وعاش نوح بعد الطوفان ثلاثمائة وخمسين سنة فكانت كل أيام نوح تسعمائة وخمسين سنة ومات).

والخوارزمي في نصه: "ووجدت جميع ما يلفظ به من أعداد ما جاوز الواحد إلى العشرة يخرج مخرج الواحد" الفقرة الأولى ثم تنثني العشرة وتنثث كما فعل بالواحد الأصل وبالعشرة إلى الألف عند كل عقد إلى غاية المدرك "الفترة الثانية".

فإن ذلك النص بالإضافة إلى ما أوردناه على لسان الدكتور فروخ بأن الخوارزمي مخترع للجبر الحديث وموحد أشكال الأعداد الهندية في سلسلتين، يؤكد استنتاجنا أن الخوارزمي اكتشف طريقة جديدة في التكوين الرقمي الموجز على أساس النظام العشري مهما كان مقداره، ووضع سلسلة لكافة الأرقام حسب المنازل العشرية حتى غاية المدرك. حيث إنه من المعروف عن الأقدمين أنهم قد استخدموا الرموز في التعبير عن الأرقام، وأحدث ما وصلنا عنهم هي الطريقة الرومانية حيث كانوا يرمزون للرقم واحد برسم قطعة مستقيمة شاقولية I وحينما يريدون التعبير عن الأكثر يضيفون قطعة مستقيمة أخرى إلى جانب السابقة فمثلاً يكتبون الاثنين II والثلاثة III والخمسة تكتب على الشكل V والعشرة X ويضيفون المصطلح إلى جانب الآخر يميناً في التعبير عن الرقم الأكبر XI أحد عشر XX عشرين ويساراً عن التعبير عن الرقم الأصغر أربعة تسعة... الخ، مما يصعب معه استخدام هذه الأرقام في الحلول الحسابية أو الرياضية حتى جاء الخوارزمي فوحد أشكال استخدام الأرقام في الحساب بحيث أصبحت سهلة الاستعمال ووضعها على شكلين:

الشكل الأول للأرقام الأولية: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. المستخدم في أوربا وتسمى بالأرقام العربية.

الشكل الثاني للأرقام الأولية: ١- ٢- ٣- ٤- ٥- ٦- ٧- ٨- ٩- ١٠- ١١- ١٢ المستخدم في البلاد الإسلامية وتسمى بالأرقام الهندية.

والمعروف أن الخوارزمي قد أبقي فكرة القطعة المستقيمة الشاقولية أو الأفقية المعبرة عن الواحد والمضافة للتعبير عن الرقم الأكبر ولكنه تصرف في مكان إضافة الأخرى حتى استنبط شكل الرقم الأكبر من الواحد مثلاً ٢ اثنين- ٣ ثلاثة... الخ، وأضاف الصفر المكتشف من قبل الهنود إلى الجانب الأيمن من الواحد ليصل إلى كتابة المصطلح ١٠ أو 10 وبإضافة صفر آخر ١٠٠ أو 100 وهكذا في كل عقد حتى غاية المدرك (اللانهاية ∞). وهكذا وجدنا الأرقام عند ابن سينا مستعملة على طريقة المنازل العشرية، كما وضعها الخوارزمي كنظام للاستخدام العشري السهل، ولكن الأهم في نبوغ الخوارزمي أنه أحسن استخدام الأرقام إلى جانب الرموز وكذلك أحسن في استخدام المصطلح /١٠/ أيضاً أثناء وضعه للمعادلة الحسابية من الدرجة الثانية وإيجاد طريقة حلها هندسياً، كما سنرى ذلك فيما بعد.

وفي استعراض سريع لأنظمة العد القديمة قبل الخوارزمي يمكننا القول: إن العرب القدماء عرفوا صوراً من أنظمة العد استخدموها وسجلت أثراً لهم وبخاصة مدنيات مصر وبابل وتدمر واليمن.. إلى جانب مدنيات الصين والهند واليونان والرومان وبلاد المايا، كما وصلتنا أخبارهم، كانت الرموز هي أساس نظام العد لديهم، فقد قام نظام العد الهيروغليفي المصري على أربعة رموز رئيسية ثم أضيف إليها رموز أخرى فيما بعد مراتب العشرة آلاف وما بعدها، كان الرمز /١٠/ يصور كحدوة حصان // والعدد /١٠٠/ يصور /٩/، ومن الواضح أن أكبر عيوب هذا النظام هو تضخيم الرمز حينما يراد تمثيل الأعداد الكبيرة وعدم تجانسه بحيث ظل محدوداً ومتبعاً على الرغم من أنهم رمزوا للأرقام حتى المليون. أما نظام العد البابلي فقد حافظ على فكرة الرمز وكانت صورة الزنبقة /Y/ هي الرمز الأساسي /١/ وتوضع بأشكال مختلفة أو تعدد حتى ترمز إلى عدد ما مثلاً بوضعها أفقياً // ترمز إلى العدد /١٠/ ويبقى نظام العد البابلي أكثر تقدماً من المصري ويعتمد على الأساس الستيني. ولذلك ولأسباب أخرى كان نظام العد البابلي أكثر تعقيداً من النظام المصري وبعض المصادر تؤكد أن البابليين اعتمدوا في معارفهم على المدنية السومرية حيث كان نظام العد السومري خليطاً عجيباً^(١٢) من الطريقتين العشرية والستينية.

ويرتد نظام العد اليمني إلى الألف الأولى قبل الميلاد وكان مستخدماً وشائعاً، ويعبر عن حضارة العرب في جنوب شبه الجزيرة العربية، والأرقام اليمنية ترد في الأغلب في الكتابات المعينية والدولة المعينة من أقدم الدول العربية التي بلغت أخبارها، حيث عاشت هذه الدولة بين ٦٣٠-١٣٠٠ قبل الميلاد تقريباً وامتد نفوذها ثقافياً وتجارياً وربما سياسياً أيضاً إلى ما بعد أعالي الحجاز شمالاً وفلسطين، وقد عثر المنقبون على كتابات معينة مهمة في أماكن مختلفة منها مصر واليونان، ومن هنا لا نستبعد انتقال الأسس العامة لنظام العد اليمني إلى خارج اليمن حيث تترك بصمات تأثير مصطلحاته في حساب أغلب المنطقة العربية الشمالية من جهة وفي "وحدة الرمز" اليونانية من جهة أخرى حيث لم يكن نظام العد اليوناني ناضجاً وربما لم يكن مؤسساً أيضاً قبل القرن الخامس قبل الميلاد.

ويتألف نظام العد اليمني من خمسة رموز أساسية:

الرمز واحد /١/ كتابياً /أحد/ والرمز خمسة كتابياً /خمس/ الرمز عشرة /٥/ كتابياً /عشرت/ والمئة كتابياً /مئت/، والألف... الخ. ولقد وجدنا مدنيات سومر وبابل ومصر القديمة استندت إلى ما يمكن تسميته بالوحدة العشرية فاخترت رموزاً خاصة بالواحد والعشرة والمئة والألف... ويبدو أن النظام التدمري كان قريباً من النظام المعيني في القرن الخامس قبل الميلاد، وكانت قاعدة كتابة الرقم لفظاً أي كتابة مقداره بالكلمات وتكوين المقدار المكتوب بعد الرقم قاعدة عامة في نظام العد المعيني خوف الوقوع في الخطأ، (وهذا ولا يزال معمولاً به لدينا في تفتيط الأرقام الرسمية).

(١٢) أنظمة العد في الحضارات القديمة للأستاذ محمود إبراهيم الصغير، يرجى الرجوع إليه صفحة ١٠-٣٦ و صفحة

العدد، فلا يكاد المرء يفرق في هذا النظام بين العدد الزوجي والفردى، وهذا يدحض قول (جورج سارتون) حينما قال: "مهما تكن طريقة الحساب فإن الأرقام اليونانية تثبت أن أساس العدد ولوحة العد كانا عشريين".

يقول (ديورانت في كتابه .. قصة الحضارة صفحة ٢٣٦-٣٢٧):

"إن من أهم ما ورثناه عن الشرق الأعداد العربية والنظام العشري، وقد جاءنا كلاهما من الهند على أيدي العرب". وعرف أريا بهاتا و"براهما جوتبا" النظام العشري قبل ظهوره في كتابات العرب والسوريين بزمان طويل، وأخذته الصين عن البوذيين. ويظهر أن محمد بن موسى الخوارزمي - وهو أعظم رياضي في عصره (مات حوالي ٨٥٠ بعد الميلاد) قد أدخله في بغداد. أما الصفر فأقدم استخدام له معروف لنا في آسيا وأوربا هو في وثيقة عربية تاريخها ٨٧٣م أي قبل أول ظهور له - فيما نعلم - في الهند بثلاثة أعوام، لكن الرأي مجمع على أن العرب قد استعاروا الصفر أيضاً من الهند. وهكذا نرى أكثر الأعداد تواضعاً وأكبرها نفعا كان هدية من الهدايا الرقيقة التي قدمتها الهند لسائر البشرية".

ولكن ديورانت لا يميز بين "الأشكال العددية" و"النظام العددي"، وكذلك يعرض نفسه للتناقض الفكري. ففي المقطع الثاني يقول ديورانت: "إن الصينيين أخذوا النظام العشري عن المبشرين البوذيين" ثم ينتقل فجأة إلى محمد بن موسى الخوارزمي مع أننا نعلم أن تأثير الصينيين بالأشكال العددية (الهندية) لم يدخل فيه الصفر مطلقاً قبل عام ١٢٤٧م.

يمكننا أن نشير إلى الفرق بين "الأشكال العددية" التي تأثر بها العرب وبين تأسيسهم للنظام العشري.

إن النظام الأبوني في الفكر اليوناني الثاني لم يكن يتناسب مع تطور علوم الحساب عند العرب فعندما وقف العرب على استخداماته في كتب الرياضيات المترجمة إلى العربية وعلى رغم كل الإرث اليوناني في العلوم لم يتمكن اليونان من "اختراع" أشكال رقمية تختلف عن الأبجدية.

والهنود أيضاً كانوا يستخدمون أشكالاً خاصة بالأرقام ليست على الشكل المتداول حالياً في الشرق أو الغرب، ومن المؤكد أن الهنود لم يكن لديهم قبل الخوارزمي نظام عشري بل أرقام تسعة. والمصطلح الهندي (سونيا) وهو التعبير عن "المكان الفارغ" (0) لم تكن له أي دلالة رقمية تدخل في نسيج نظام عددي خاص بالهند، فإذا كانوا قد عرفوا رمزا خاصاً بالخانة الفارغة فلا ينبغي أن نفهم من ذلك على الإطلاق أنهم أسهموا في تأسيس النظام العشري تحديداً. فشعب المايا قد عرف الصفر بكل معانيه الجلية ولكن نظامهم العددي لم يكن نظاماً متكاملاً كما هو عليه النظام العشري المعروف الذي أوجده العرب. فإذا كان ثابتاً أن الهند قد أوجدت الأشكال الرقمية التسعة قبل محمد بن موسى الخوارزمي إلا أن المشكوك فيه معرفة علماء الهند بتطبيقات أي نوع للنظام العشري.

والخلاصة: إن العرب استلهموا - والخوارزمي تحديداً - النهج الهندي في تمثيل الأرقام ولكنهم أسهموا في تأسيس وبلورة نظام عدّ عشري خالص يدهأ من القرن الثالث الهجري - التاسع الميلادي.

دراسة إحصائية تحليلية للمصطلح /١٠/ والمصطلحات الأخرى

التي أوردتها الخوارزمي:

الرقم /١٠/ يجمع ما بين الصفر والواحد، ويمكن اعتباره كالواحد الأصل فهو أساس جديد يفيدنا في تكاثر وتكبير الأرقام حتى نصل إلى غاية المدرك (اللانهاية)، وفلسفة الرقم في استخدامات الخوارزمي للمصطلح /١٠/ والمصطلحات الأخرى حتى وصل إلى وضع علم الجبر وإبداعه في حل المعادلة الجبرية من الدرجة الثانية، وكيف أن العالم العربي (ابن ماجة) اعتمد على فلسفة الرقم أيضاً في توضيح المصطلح /١٠/ الموظف من قبل الخوارزمي، هذه النقاط الكبيرة هي ما سنتناوله في التحليل كما يلي:

في معرض التنوير أورد العالم العربي (ابن ماجة) اللاحق في زمانه للعالم الخوارزمي بحثاً فلسفياً اعتمد فيه على فلسفة الرقم وفي معرض المصطلح /١٠/ المكتشف من قبل الخوارزمي أورد بعض الأمثال منها:

أولاً: فالـ/سم/ الأول أو /١/ له بداية في المسطرة المرقمة عند نقطة الصفر، والـ/سم/ التاسع أو /٩/ له نهاية عند بداية الـ/سم/ عشرة /١٠/. وهكذا لا نستطيع أن ننتج العدد /١٠/ بقياس القطعة المستقيمة إلا إذا بدأنا اعتباراً من البداية الفعلية للـ/سم /١/ وانتهاءً بالنهاية للـ/سم/ /٩/ عند بداية المصطلح /١٠/.

إنـ /فـ/ الصفر/ بداية للواحد وكذلك /صفر/ العشرة بداية للمصطلح الجديد حيث يمكننا بداية قياس القطعة المستقيمة هذه من أي طرف أراد الإنسان لها، والمسألة تكمن في تحديد اتجاه البداية، إنـ فهي اصطلاحية وقياسها في أي اتجاه لا يغير من قيمتها العددية صعوداً أو نزولاً، لذلك أصبح الواحد والعشرة أساساً صالحاً للبدء، وما جاوز العشرة يخرج مخرج الواحد كما أورد الخوارزمي.

ثانياً: الاصطلاح /١٠/ يحتوي على وجهين:

الوجه الأول: ١ + ٩ البداية والنهاية للأرقام الأصلية و ٢ + ٨، ٣ + ٧، ٤ + ٦، ٥ + ٥.

الوجه الثاني: مع تبديل مواقع الحدود يمكن أن نبدأ ٥ + ٥ مع التبديل طبعاً ٦ + ٤، ٧ + ٣،

٨ + ٢، ٩ + ١، وسيفيدنا ذلك كما سنرى في عرف الإحصاء باستقراءات

الإحصائيين.

ثالثاً: تحليل المصطلح /١٠/ المثلث للأصل م/١/ في فكر الخوارزمي يبرز من طريقة استخدامه للأرقام السالبة:

أ- حيث لا يمكننا أن نبدأ الأرقام السالبة مثلاً من /-١١/ بل الصحيح في المنطق أن نقول /١- / مبتدئين من البداية الفعلية للواحد وهو /الصفر/ كما رأينا في قياس القطعة المستقيمة أو من /صفر العشرة/ النهاية الفعلية للتسعة فنقول /-١٠ / هبوطاً. وحيث إننا لا نجد مفهوماً لـ /-صفر/ إذ إن هذا يردنا إلى مفهوم مغلق في المنطق حينما نقول إن هناك شيئاً أصغر من العدم ولكنه يصح فقط في رأي الفلاسفة والرياضيين حينما يستعمل الصفر اصطلاحاً كحد أو أداة انتقال إلى الأصغر أو الأكبر وعلى ذلك فإن قيمته لا تتوضح إلا إذا وضع إلى جانب حد آخر، ومن هنا كان الأساس /١٠ / هو ما تصورناه يدور في خلد الخوارزمي دائماً حين استخدامه للأرقام السالبة فقد ابتدأ البداية الفعلية الصحيحة وهي /-١٠ / ثم قال /-١١ / وصح ذلك.

ب- من ناحية أخرى حينما نأخذ المعادلات التي أوردها الخوارزمي كامثلة وبالتحليل نجده قد اعتمد على الفرق بين جذري المعادلة:

س ٢ - ١٠ = س ٣٩ يمكن معرفة جذريها بعد الحل وهما س = -٣، + ١٣ والفرق بينهما في الجمع الجبري /١٠ / وهو الأساس في بناء تلك المعادلة. وبالمتابعة:

المعادلة س ٢ - ١١ = ١٠ س جذريها -١٠، + ١١ الفرق بينهما في الجمع الجبري /١٠ / أيضاً، فالجمع الجبري لأمثال س في جذري المعادلات المنسوبة للخوارزمي المعروضة يعود دائماً إلى إيجاد المصطلح /١٠ / كأساس جديد للانتقال، وهذا ما يعتقد أنه كان يدور في مخيلة الخوارزمي حينما وضع معادلته الرئيسية الأم من الدرجة الثانية وأوجد الحلول لها.

هذا التفسير يرتبط مع أرقام المعادلات حيث إن لها دوراً صاعداً ودوراً هابطاً أولاً، ودوراً موجباً ودوراً سلبياً ثانياً، والمصطلح /١٠ / يلعب دور الانتقال في كل الحالات كما رأينا في مثل قياس القطعة المستقيمة.

رابعاً: واستطراداً إلى مبحث الـ /٠ / يتضح لنا المثل أكثر فأكثر والمثل التالي يوضح لنا ذلك:

$$0 = 0 \times 6 +$$

$$0 = 0 \times 6 -$$

إذن المفروض أن (٠ = ٠) بالبديهية الرياضية وبالتالي يجب القول في البحث الرياضي البحث إن ٦- = ٦+ أيضاً وهذا غير مقبول إلا في القيمة المطلقة للرقم ٦ إذن فالرقم ٦ له وجهان أو قيمتان أحدهما موجب وثانيهما سالب، وكذلك حينما نأخذ الصفر في المنطق أن يكون له وجهان أيضاً وجه سالب ووجه موجب، وهذا ما توضحه نقطة المبدأ في التقاء المحورين المتعامدين أصلاً واصطلاحاً.

ونقطة المبدأ تعطى دائماً قيمة الصفر وهي النقطة الوحيدة التي تتدرج منها الأرقام للأكبر والأصغر، وتتدرج منها الأرقام في الاتجاه الموجب والاتجاه السالب، لذلك نستطيع القول بأن الصفر في قيمته الموحدة موجب وسالب في آن واحد $(-)$ و $(+)$ دون أن نحتاج إلى إيراد الإشارة التي تدل اتجاهه، أما ما عداه من أرقام فلا يأخذ مأخذه حيث لا يمكن أن يتحول أي رقم غير الصفر إلى سالب وموجب في الوقت نفسه ويحتفظ بقيمته التي تتدرج إلى الرقم الأصغر أو الأكبر، فمثلاً لا يمكن أن نقول إن رقم $+6$ يتدرج مباشرة إلى -5 حينما يصغر العدد.

ومن هذه النقطة يمكن التأكد من أنه في الصفر مفهومان موجب وسالب دون أن نورد ذلك كتابة وهو مفهوم موحد يتفق مع الاصطلاحات الرياضية. وحتى نستطيع كتابته مع الإشارة ليكون مفهوماً من وجهة النظر الرياضية فقد أضاف الخوارزمي الصفر إلى الجانب الأيمن للواحد ليشكل منها الاصطلاح $10/$ ويمكن أن تكتب $10+/$ و $10-/$ دون أي التباس رياضي وليبقى نقطة انتقال صالحة للأكثر والأقل ولكنه وجدّه أيضاً قد تحول إلى خانتين $10/$ وبالإمكان أن يتحول بإضافته مرة أخرى إلى ثلاث خانات $100/$.. الخ إلى غاية المدرك ومن هنا تأكد من أن المصطلح $10+/$ يأخذ مأخذ الواحد في إيجاد الأرقام الأكبر إلى غاية المدرك الموجب $+/$ أثناء التكاثر وكذلك يبقى صالحاً للاستخدام كنقطة انتقال سالبة $10-/$ إلى غاية المدرك السالبة $-/$.

وطبعاً ليس ما بعد // إلا التكرار للمفهوم نفسه إن سلباً أو إيجاباً.

خامساً: وغاية المدرك يحددها ذلك الإدراك الذي خلق عليه الإنسان ولا يمكنه تجاوز البحث فيما بعده، كما وقف الخوارزمي عند الجذور السالبة وقال باستحالة المعادلة إذا كانت جذورها سالبة، بالرغم من أننا حينما تعمقنا في بحث الخوارزمي رأيناه قد أدرك الجذور التخيلية (السالبة) ولكنه مع ذلك توقف عندها دون الوصول في التفكير إلى حلها. وهذه النقطة أوردناها لنتوقف عندها لأهميتها في تأكيد استنتاجاتنا أثناء تحليل فكر الخوارزمي من أن فلسفة الرقم أو فلسفة الاستنتاج كانت تتحكم في إبداعاته، ولكن بالرغم من ذلك فإن فكرة غاية الإدراك أو المدرك كانت أساس الفلسفة التي تحكم عصر الخوارزمي بحيث لا يمكن إطلاقاً التجاوز بالبحث فيما بعده حيث حصر الاجتهاد ضمن المدرك الواضح وترك البحث في الغيبيات ضمن حدود نصوصها الإلهية.

فالخوارزمي في وقوفه عند الجذور التخيلية (السالبة) وتحاشيه للخوض في بحثها مع إدراكه لها يتفق مع عصره بعدم الخوض في الغيبيات خوف الخطأ والخطأ من الكبار ولكن توسيع المدرك بالعقل قد أحاط بالكون وما فيه وانتقل إلى ما بعده وهو الذي دفع إلى استمرار البحث حيث جاءت العصور الأخيرة بالحل حينما بدأ بالبحث في الكميات التخيلية على أيدي العالم الرياضي الدنماركي كسبار فسل ١٨١٨ والعالم الرياضي جان روبر ارجان ١٨٨٢.

الخاتمة بما هو جديد في البحث:

تلميحات إلى مبدأ لافوازييه، ومذهب الماديين التاريخيين في الحقبة الأخيرة والمعاصرة، والإسلام كدين ومذهب علمي دار حوله البحث العلمي وكان دافعا له في الحقبة المتقدمة من العصر الوسيط بالمقارنة مع مبحث الصفر واستخداماته والواحد وأهميته، والمدرک المعروف بالانهاية () التي استند إليها الخوارزمي في الحل الجبري.

في تعريف الصياغة أنها (التكوين الفني للإحساسات الداخلية وابتداع الصور لها وإيجاد أسلوب المحاجة المنطقية.. الخ، كما وأن العلم أو المذهب العلمي هو (استمرار في اكتشاف المجهول ومعرفة أسرارهِ وتطوير القواعد الثابتة لهذه الاكتشافات في سبيل الاستمرار والوصول إلى الأفضل.

وتقودنا هذه البداية للتوضيح بأن الدافع العلمي أو تعلم العلوم وتوسيع شرحها وتطبيقها المتعارف عليه لدى الجميع وفي العصر الوسيط لدى أمة العرب والمستعربين الداخلين في الدين الإسلامي من الأمم في ذلك الوقت كان توسيع الاجتهاد فيما جاء به الدين الإسلامي وحل المسائل التي اعترضت الناس في القضايا الدينية بعد التوسع والانتشار هذا الإحساس الطاعني على جو العالم منذ الأزل كما ورد في تعريف الصياغة كان أحد الدوافع الهامة في تأكيده سلباً أو إيجاباً في اكتشاف المجهول ومعرفة أسرارها بالعلم كما نوهنا أيضاً في تعريفه، لذلك يمكننا أن نعم من وجهة نظر فلسفية خاصة ما قلناه على مختلف المذاهب العلمية على مختلف العصور ودافعها الديني والأيدولوجي ودون دخول في مباحكات لا جدوى منها، ولا شك أن لكل مرحلة طريقها في الحياة والمتطلبات، وهذه الطريقة والمتطلبات هي محور تنظيم العلاقات والدافع للبحث العلمي الذي يتحدد في وقت من الأوقات. كانت الطريقة السابقة هي استخراج المزايا والعناصر المميزة لحضارة من الحضارات داخل الحضارة الجديدة المدروسة وتقلب دائماً إلى دراسة المميزات الجديدة نتيجة انفعال الدارس لها.

نعود لتفسير زاوية وجهة النظر في درس معادلة الخوارزمي ثم المشكلتين اللتين تتعلقان باشتقاق هذه المعادلة وتطويرها، وخصوصاً فيما يتعلق بالصفر والمدرک العددي الذي يسمى (لأنهاية)، إضافة إلى ما أورد الخوارزمي من أن جميع الأعداد إنما تركبت من الواحد، والواحد داخل جميع الأعداد بقوله: (ووجدت جميع ما يلفظ به من أعداد ما جاوز الواحد إلى العشرة يخرج مخرج الواحد، بإضافة الواحد على الواحد إلى أن يصل إلى التسعة والصفر العدم ليس بعدم وإنما هو وسيلة انتقال)، ثم تنثى العشرة وتنثث كما فعل بالواحد الأصل- وبالعشرة إلى الألف عند كل عقد إلى غاية المدرک (لأنهاية) وقد جاء بالشرح- الله الواحد أصل العالم وهو يكرر نفسه، فكل واحد أو أضعافه رفع بـ(اس) الصفر عاد إلى الواحد فالصفر ليس برقم، بل انتقال بالصورة إلى صور جديدة أخرى/ حتى غاية المدرک (لأنهاية) وليس ما بعد اللانهاية إلا التكرار./ والجزر الموجب (ل س: المجهول) حقيقي مدرک والجزر السلبی (ل س المجهول) تخيلي، والحقيقي يمكن إدراكه فإن وقف الخوارزمي بحل المعادلة من الدرجة الثانية بحدود إيجاد الجزر الموجب الحقيقي،

109

العربي الذي توج عصر النهضة العربية الإسلامية، وهي في أوجها والذي أصبح يستحق منا كل ثناء وتقدير.

■ ■

■ المراجع للبحث

- 7- الموسوعة البريطانية، المجلد 19 صفحة 759 والمجلد 16 مادة (الصفحة)، ولیم بانتون، ط1، سكوتلندا 1768.
- 8- الموسوعة العربية الميسرة، صفحة 767 الخوارزمي وأشكال العدد، الدار القومية للطباعة والنشر، ط1، القاهرة، دار القلم ومؤسسة فرانكلين للطباعة والنشر.
- 9- موسوعة لاروس الفرنسية، المجلد 3 الجزء 2، الصفحة 694، مكتبة لاروس، ط1، باريس 1987.
- 10- كتاب الجبر والمقابلة، محمد بن موسى الخوارزمي، مخطوطة.
- 11- صور الأرقام خلال الزمن نادر النابلسي، مجلة التراث العربي، صفحة 36 وما بعد، اتحاد الكتاب العرب العدد 7، ط1، دمشق 1982.

- 1- محمد بن موسى الخوارزمي، زهير الكتبي، منشورات وزارة الثقافة، ط1، دمشق 1969.
- 2- تاريخ العلوم عند العرب، د. عمر فروخ، دار العلم للملايين، ط3، بيروت 1980.
- 3- الأرقام العربية بين مشرق الوطن العربي ومغرب، د. عدنان الخطيب، مجلة شؤون عربية، دراسة.
- 4- أنظمة العد في الحضارات القديمة، محمود إبراهيم الصغيري، مطابع ألف باء الأولى للأدب، ط1، دمشق 1984.
- 5- قضايا في التراث العلمي العربي، محمود إبراهيم الصغيري، دراسة.
- 6- مفاتيح العلوم، محمد بن أحمد يوسف الخوارزمي، مطبعة الشرق، ط1، الأزهر - مصر 1342 هـ - 1968م، إدارة الطباعة المنيرية.

□ □ □